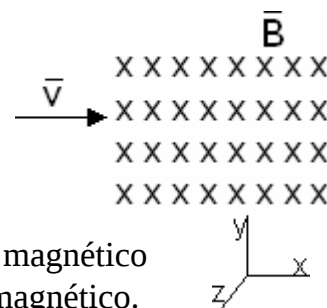


1. Un núcleo atómico de carga $+6e$ y masa $m = 3.456 \cdot 10^{-26}$ kg penetra horizontalmente desde la izquierda con una velocidad de $4.00 \cdot 10^5$ m/s en un campo magnético uniforme de 0.06 T perpendicular a su dirección y hacia dentro del papel como se indica en la figura. Determinar:



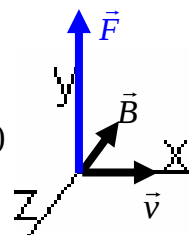
- La expresión vectorial de la fuerza que ejerce el campo magnético sobre el núcleo en el instante en que este penetra en el campo magnético.
- El radio de la trayectoria que describe
- El periodo de revolución

$$(e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C})$$

- Componentes de velocidad y campo magnético
Fuerza magnética sobre la carga móvil:

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} = 6 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 4 \cdot 10^5 \cdot 0.06 \cdot \vec{i} \times (-\vec{k})$$

$$\vec{F} = 2.31 \cdot 10^{-14} \vec{j} \text{ (N)}$$



- La fuerza magnética sobre la carga actúa en dirección perpendicular a la velocidad, por lo tanto es una fuerza centrípeta que la obliga a describir una trayectoria circular sin cambiar el módulo de su velocidad. Igualamos el módulo de la fuerza magnética con el de la fuerza centrípeta:

$$F = q v B \cdot \sin 90^\circ = m \frac{v^2}{R} \quad R = \frac{m v}{q B} = \frac{3.456 \cdot 10^{-26} \cdot 4 \cdot 10^5}{6 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 0.06} = 0.24 \text{ m}$$

- El periodo de revolución es el tiempo que invertirá a la velocidad v en recorrer la longitud de la circunferencia de radio R .

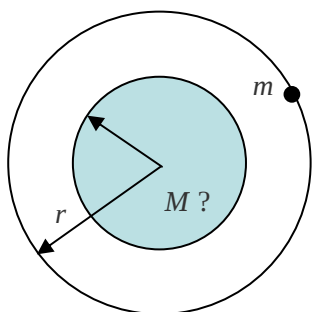
$$v = \frac{2\pi R}{T} \quad T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \cdot 0.24}{4 \cdot 10^5} = 3.77 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

4. Demostrar cómo se puede calcular la masa de un planeta, si mediante observaciones astronómicas, se conoce el radio de la órbita y el periodo de rotación de algunos de sus satélites. (Suponer órbitas circulares)

Partimos de que Fuerza atracción Newton = Fuerza centrípeta
Conocidos r y el periodo de rotación T del satélite

$$G \frac{M \cdot m}{r^2} = m \omega^2 r$$

La masa m del satélite se simplifica

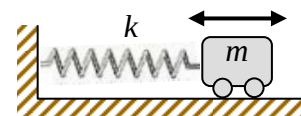


$$M = \frac{\omega^2 r^3}{G}$$

$$\omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2}$$

$$M = \frac{4\pi^2 r^3}{G T^2}$$

2. En el laboratorio de física tenemos un carrito de masa $m = 200$ gramos unido a un muelle horizontal según se muestra en la figura. Un estudiante desplaza el carrito hacia la derecha de modo que el muelle se estira 20 cm, y después lo suelta dejándolo oscilar libremente (suponemos que el muelle es un medio elástico ideal y que los rozamientos son despreciables). Se pide:



- Explicar razonadamente qué clase de movimiento describe el carrito.
- Se cronometra el tiempo que tarda el carrito en describir diez oscilaciones completas: este tiempo resulta ser de 25.13 s. Calcular la constante k del muelle y escribir la ecuación de su movimiento.
- ¿Cuál es la energía total del movimiento del carrito en cualquier instante? ¿Qué velocidad tiene el carrito cada vez que pasa por el punto central en cada oscilación?

a) El muelle es un sistema elástico que al estirarse o encogerse ejerce una fuerza proporcional a su deformación (es decir, a su incremento de longitud, sea éste positivo o negativo) y de signo opuesto a la misma de acuerdo con la ley de Hooke $F = -k \cdot x$. Al aplicar esta fuerza sobre el carrito, éste describirá un movimiento armónico simple, ya que la fuerza dada por la ley de Hooke es una fuerza restauradora.

b) Periodo del movimiento $T = \frac{25.13}{10} = 2.513 \text{ s} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2.513} = 2.50 \text{ rad/s}$

Relación entre ω y k $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow k = m \omega^2 \quad k = 0.2 \cdot 2.50^2 = 1.25 \text{ N/m}$

Ecuación del movimiento ($A = 20 \text{ cm}$, pues este es el máximo alargamiento del muelle)

$x = A \sin(\omega t + \delta)$ Tomamos como origen de tiempos $t = 0$ el máximo estiramiento, es decir, el momento en que $x = A$

$x_0 = A \sin \delta = A \rightarrow \sin \delta = 1 \rightarrow \delta = \pi/2 \text{ rad} \quad x = 20 \sin(2.50 t + \pi/2) \quad x \text{ en cm, } t \text{ en s}$

- c) La energía total (suma de energía cinética y energía potencial elástica) está dada por

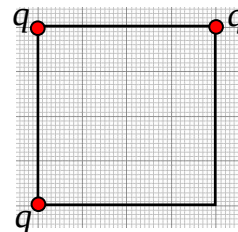
$$E = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} 1.25 \cdot 0.2^2 = 0.025 \text{ J}$$

Cuando el carrito pasa por el centro toda su energía es cinética, ya que siendo $x = 0$ la energía potencial $(1/2) k \cdot x^2$ en ese punto es igual a cero.

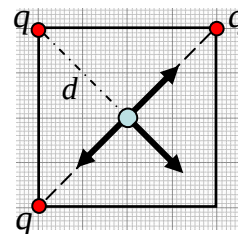
$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = E \quad v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.025}{0.2}} = 0.50 \text{ m/s}$$

3. Una distribución de cargas puntuales consiste en tres cargas iguales q situadas en tres vértices de un cuadrado (véase figura). Conteste razonadamente a las siguientes preguntas:

- a) ¿Qué carga habría que colocar en el cuarto vértice para que el campo eléctrico en el centro del cuadrado sea cero?
- b) ¿Qué carga habría que colocar en el cuarto vértice para que el potencial eléctrico en el centro del cuadrado sea cero?



a) Sea d la distancia de cada vértice al centro del cuadrado. Los dos vértices ocupados opuestos tienen iguales contribuciones al campo en el centro del cuadrado, y el que queda descompensado es el campo producido por la carga de la esquina superior izquierda. Para compensarlo sería necesario colocar una carga igual a q en la esquina inferior derecha (mismo valor y mismo signo).

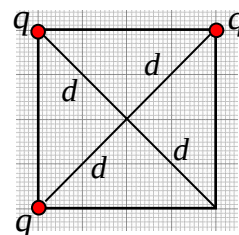


b) El potencial en el centro es la suma de los potenciales debidos a cada carga presente, es decir:

$$V = 3k \cdot q / d$$

Para anular este potencial hace falta una carga de módulo $3q$ y de signo contrario a las otras de forma que

$$3k \cdot q / d + k \cdot (-3q) / d = 0$$



5. ¿Se produce corriente fotoeléctrica cuando luz de 300 nm incide sobre un metal con una función trabajo de 2,1 eV?

Datos: ($h = 6'626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$, $c = 3'00 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$, $1 \text{ eV} = 1'602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$, $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$)

De acuerdo con la hipótesis cuántica, la luz está constituida por cuantos de energía cuyo valor es igual a la constante de Planck multiplicada por la frecuencia, hf . Para que aparezca una corriente fotoeléctrica hay que extraer los electrones más débilmente ligados, y la función de trabajo representa la energía mínima para conseguirlo, por lo que es preciso comprobar si la radiación incidente alcanza esa energía mínima.

$$\left. \begin{array}{l} E = h \cdot f \\ f = \frac{c}{\lambda} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Energía asociada a la radiación de 300 nm:} \\ E = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6.63 \cdot 10^{-34} \frac{3 \cdot 10^8}{300 \cdot 10^{-9}} = 6.63 \cdot 10^{-19} \text{ J} = \frac{6.63 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}} = 4.14 \text{ eV} \end{array}$$

Puesto que la energía de la radiación de 300 nm (4.14 eV) es mayor que la función de trabajo del metal (2.1 eV), la respuesta es que sí se produce corriente fotoeléctrica.

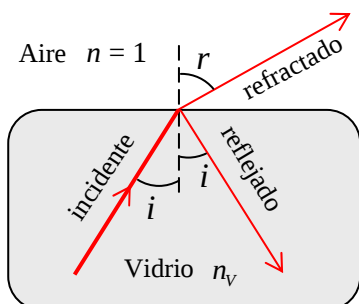
6. En un laboratorio se ha experimentado con un haz luminoso cuando incide desde el vidrio hacia el aire ($n_{\text{aire}} = 1$) para observar el fenómeno de la reflexión total.

1.- ¿A qué llamamos ángulo límite?

2.- ¿Qué condiciones deben cumplir los medios para que se produzca la reflexión total?

3.- Calcula el ángulo límite sabiendo que el índice de refracción del vidrio es 1,43

Cuando un rayo de luz alcanza la superficie de separación de dos medios en general se refleja y se refracta.



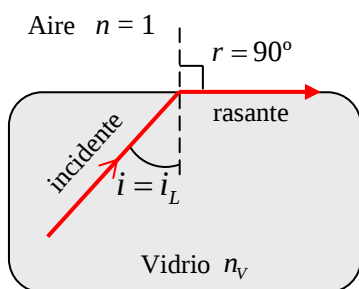
* El ángulo de incidencia y el de reflexión son iguales

* La relación entre ángulo de incidencia y refracción viene dada por la ley de Snell

$$n_v \sin i = \sin r$$

De esta ley se deduce que cuando el rayo viaja desde el medio de mayor índice de refracción al de menor índice de refracción (caso del vidrio hacia el aire) el seno del ángulo de refracción es mayor que el seno del ángulo de incidencia, y por tanto se cumple que $r > i$ (el rayo refractado se aleja de la normal).

Cuando el ángulo de incidencia alcanza un valor tal que $n_v \sin i = 1$, entonces $r = 90^\circ$, lo que quiere decir que el rayo refractado sale rasante a la superficie.

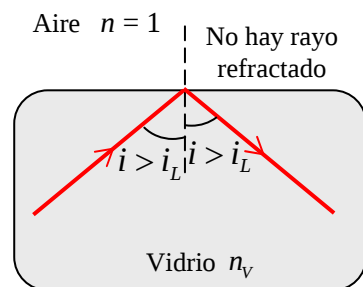


El ángulo de incidencia para el que ocurre esto $i = i_L$ se llama ángulo límite y su valor se relaciona con el índice de refracción según la ecuación

$$\sin i_L = \frac{1}{n_v}$$

Para un vidrio de $n_v = 1.43$ el ángulo límite es

$$\sin i_L = \frac{1}{n_v} = \frac{1}{1.43} = 0.6993 \quad i_L = 44.4^\circ$$



Como el seno de un ángulo no puede ser mayor que la unidad, para ángulos mayores que el ángulo límite no existe rayo refractado: toda la luz se refleja. Este fenómeno recibe el nombre de reflexión total.

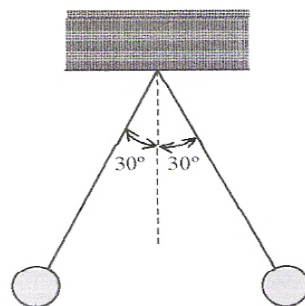
1. En los extremos de dos hilos de peso despreciable y longitud $l = 0,5 \text{ m}$ están sujetas dos pequeñas esferas de masa 5 g y carga q . Los hilos forman un ángulo de 30° con la vertical. Se pide:

Dato: $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$

a) Dibuja el diagrama de fuerzas que actúa sobre las esferas y determina el valor de la carga q .

b) Calcular el valor de la tensión de las cuerdas.

c) Si se duplica el valor de las cargas ¿qué valor deben tener las masas para que no se modifique el ángulo de equilibrio de 30° ?



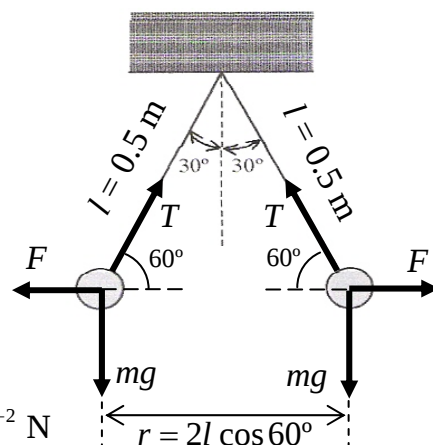
a, b) Equilibrio de fuerzas: cada carga repele a la otra y permanece en equilibrio debido a la suma vectorial de F , T y mg .

Suma de fuerzas verticales $T \sin 60^\circ - mg = 0$

$$T = \frac{mg}{\sin 60^\circ} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 9.8}{\sin 60^\circ} = 5.66 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

Suma de fuerzas horizontales $T \cos 60^\circ - F = 0$

$$F = T \cos 60^\circ = mg \frac{\cos 60^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{mg}{\tan 60^\circ} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 9.8}{\tan 60^\circ} = 2.82 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$



La fuerza F es la repulsión electrostática de Coulomb entre las dos cargas iguales, que se encuentran en equilibrio a una distancia igual a $r = 2l \cos 60^\circ$ (véase la figura).

$$F = k \frac{q^2}{r^2} = k \frac{q^2}{4l^2 \cos^2 60^\circ} \quad q = 2l \cos 60^\circ \sqrt{\frac{F}{k}} = 2 \cdot 0.5 \cos 60^\circ \sqrt{\frac{2.82 \cdot 10^{-2}}{9 \cdot 10^9}} = 8.86 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

c) Si duplicamos el valor de las cargas la fuerza de repulsión será mayor, y para que el ángulo no se modifique la masa deberá crecer de modo que la tensión también se haga mayor y su componente horizontal compense la fuerza repulsiva extra.

$$\text{Nueva fuerza repulsiva: } F' = k \frac{(2q)^2}{r^2} = k \frac{4q^2}{r^2} = 4F$$

Nueva suma de fuerzas horizontales $T' \cos 60^\circ - F' = 0$

$$T' = \frac{F'}{\cos 60^\circ} = \frac{4F}{\cos 60^\circ}$$

Nueva suma de fuerzas verticales $T' \sin 60^\circ - m'g = 0$

$$m' = \frac{T' \sin 60^\circ}{g} = \frac{4F}{\cos 60^\circ} \frac{\sin 60^\circ}{g}$$

$$m' = \frac{4F}{g} \tan 60^\circ = \frac{4 \cdot 2.82 \cdot 10^{-2}}{9.8} \tan 60^\circ = 2 \cdot 10^{-2} \text{ kg} = 20 \text{ g}$$

(La carga se dobla, la fuerza repulsiva se multiplica por 4 y la masa también)

2. Encélado es un satélite de Saturno que describe una órbita de radio 238000 km alrededor del planeta. La masa de Saturno es $5,688 \cdot 10^{26}$ kg y la de Encélado es $1,08 \cdot 10^{20}$ kg (dato verificado recientemente por una sonda de la NASA). Suponiendo que la trayectoria de Encélado alrededor de Saturno es circular, calcúlese:

- El tiempo invertido por Encélado para describir una órbita alrededor del planeta.
- La energía cinética de Encélado en su órbita alrededor de Saturno.
- La energía potencial gravitatoria del sistema Saturno-Encélado. ¿Hay alguna relación entre el resultado obtenido para la energía potencial gravitatoria del sistema y la energía cinética calculada en el apartado anterior?

Dato. Constante de gravitación universal $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

- a) La fuerza gravitatoria de Newton ha de ser igual a la fuerza centrípeta sobre el satélite.

$$R = \text{radio de la órbita de Encélado} \quad F_N = G \frac{M_S \cdot m_E}{R^2} = m_E \cdot \omega^2 \cdot R = F_C \quad \begin{array}{l} \text{(En función de la} \\ \text{velocidad angular de} \\ \text{Encélado } \omega) \end{array}$$

$$\omega^2 = G \frac{M_S}{R^3} \quad \omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} = G \frac{M_S}{R^3}$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 R^3}{G M_S}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 (2.38 \cdot 10^8)^3}{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.688 \cdot 10^{26}}} = 118441 \text{ s} = 32 \text{ h } 54 \text{ min}$$

- b) Es una órbita circular, calculamos primero la velocidad del satélite:

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi \cdot 2.38 \cdot 10^8}{118441} = 12626 \text{ m/s}$$

$$\text{Energía cinética} \quad E_C = \frac{1}{2} m_E v^2 = \frac{1}{2} \cdot 1.08 \cdot 10^{20} \cdot 12626^2 = 8.61 \cdot 10^{27} \text{ J}$$

- c) Energía potencial gravitatoria del sistema

$$U = -G \frac{M_S m_E}{R} = -6.67 \cdot 10^{-11} \frac{5.688 \cdot 10^{26} \cdot 1.08 \cdot 10^{20}}{2.38 \cdot 10^8} = -1.72 \cdot 10^{28} \text{ J}$$

La velocidad del satélite en órbita, teniendo en cuenta que $\omega = \frac{v}{R}$, también puede escribirse como

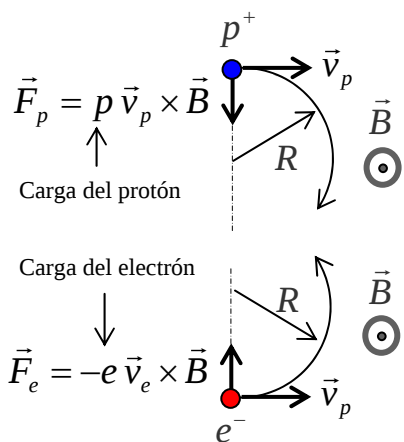
$$\omega^2 = G \frac{M_S}{R^3} = \frac{v^2}{R^2} \rightarrow v^2 = G \frac{M_S}{R}$$

$$\text{Por lo tanto la energía cinética es} \quad E_C = \frac{1}{2} m_E v^2 = \frac{1}{2} G \frac{M_S \cdot m_E}{R}$$

Es decir, el valor absoluto de la energía cinética es la mitad del valor absoluto de la energía potencial gravitatoria, y sus signos son opuestos, como puede comprobarse en los resultados numéricos.

3. Un protón y un electrón entran en un campo magnético uniforme con velocidad perpendicular a las líneas de campo. El protón tiene una masa 1836 veces mayor que la del electrón. ¿Cuál debe ser la relación entre sus velocidades de forma que el radio de las trayectorias que describen sea el mismo?.

La fuerza magnética actúa como fuerza centrípeta que les obliga a describir un arco de circunferencia de radio R . Hay que señalar que el campo magnético cambia la dirección de la velocidad, pero no su módulo, porque la fuerza magnética es perpendicular a la trayectoria.



Módulos de las fuerzas

$$F_p = p v_p \cdot B \sin 90 = m_p v_p^2 / R$$

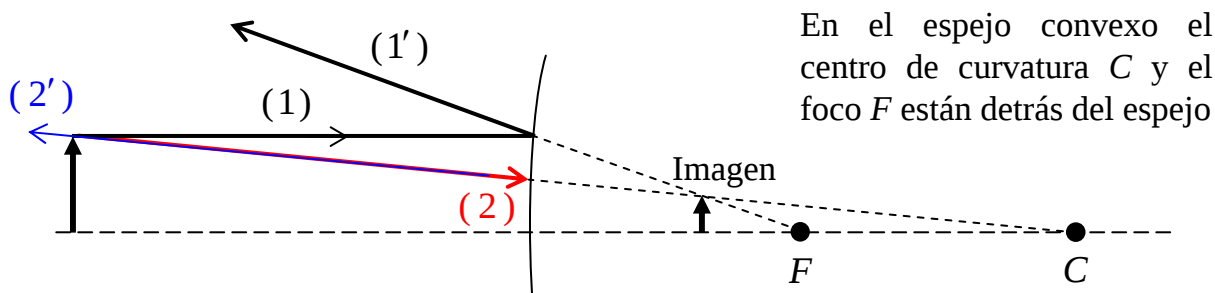
$$F_e = e v_e \cdot B \sin 90 = m_e v_e^2 / R$$

El valor absoluto de las cargas es el mismo $p = |e|$

$$\frac{v_p}{v_e} = \frac{m_p v_p^2}{m_e v_e^2} \quad \frac{v_p}{v_e} = \frac{m_e}{m_p} = \frac{1}{1836} \quad v_e = 1836 v_p$$

Para que los radios sean iguales, la velocidad del electrón tiene que ser 1836 veces mayor que la del protón.

4.- ¿Qué características tiene la imagen que se obtiene con un espejo esférico convexo? Efectúa la construcción geométrica suponiendo un objeto real



En el espejo convexo el centro de curvatura C y el foco F están detrás del espejo

(1) incide en el espejo paralelo al eje óptico, se refleja de modo que la prolongación del rayo reflejado (1') pasa por el foco F .

(2) incide en el espejo apuntando directamente hacia el centro de curvatura C , por lo que se refleja volviendo sobre el mismo camino sin variar su dirección, rayo (2').

Los rayos reflejados (1') y (2') son divergentes: nunca se cortarán. Se cortan sus prolongaciones, y eso quiere decir que la imagen será virtual (está detrás del espejo, no se puede proyectar sobre una pantalla). Además, véase que es derecha (misma orientación que el objeto) y más pequeña que éste.

5. Sabiendo que en la siguiente reacción nuclear ${}_Z^A\text{Li} + {}_1^1\text{H} \rightarrow 2 {}_2^4\text{He}$ se liberan 11.47 MeV de energía, a) determinar el número atómico y el número másico del isótopo de litio, y b) calcular la masa atómica de dicho isótopo.

Masas atómicas: ${}_1^1\text{H} = 1.0078 \text{ u}$ ${}_2^4\text{He} = 4.0026 \text{ u}$ $1 \text{ u} = 931 \text{ MeV}$

Primero haremos el razonamiento aproximado, antes de tener en cuenta el defecto de masa. Como los dos núcleos de He producidos totalizan aproximadamente $4 + 4 = 8$ unidades de masa atómica, el isótopo de Li debe contener 7, pues el núcleo de H aporta la unidad restante de masa, así que $A = 7$. Además el número atómico del isótopo es $Z = 3$, pues los núcleos de He contienen dos protones cada uno y el hidrógeno tiene uno. El isótopo es litio 7. ${}_Z^A\text{Li} = {}_3^7\text{Li}$

La reacción nuclear se produce convirtiendo en energía una parte de la masa de los núcleos de hidrógeno y litio (11.47 MeV). Conocemos las masas de los núcleos de hidrógeno y de helio dadas en el enunciado, de ahí podemos calcular la masa del litio.

Masa litio + Masa hidrógeno = 2 · Masa helio + Conversión masa/energía

$$\text{Masa litio} + 1.0078 \text{ u} = 2 \cdot 4.0026 \text{ u} + \frac{11.47}{931} \text{ u}$$

$$\text{Masa litio} = 8.0052 \text{ u} + 0.0123 \text{ u} - 1.0078 \text{ u} = 7.0097 \text{ u}$$

6. En el laboratorio del instituto medimos cuatro veces el tiempo que un muelle, separado de su posición de equilibrio, tarda en describir 20 oscilaciones de pequeña amplitud. Los resultados de la medición se muestran en la tabla. Los valores de masas m corresponden a la suma del platillo más las pesas. Determinar el valor de la constante elástica del muelle.

	Masa m (gramos)	tiempo t 20 oscilaciones (segundos)
1	20	17,84
2	30	22,05
3	50	27,91
4	70	32,34

Periodo en cada ensayo $T = t / 20$ Periodo oscilación $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ $k = 4\pi^2 \frac{m}{T^2}$

	Masa m (gramos)	tiempo t 20 oscilaciones (segundos)	Periodo T (s) $T = t/20$	Masa m (kg)	Constante k (N/m)
1	20	17,84	0,89	0,02	0,99
2	30	22,05	1,10	0,03	0,97
3	50	27,91	1,40	0,05	1,01
4	70	32,34	1,62	0,07	1,06

$$k = \frac{k_1 + k_2 + k_3 + k_4}{4} = \frac{0.99 + 0.97 + 1.01 + 1.06}{4} = 1.01 \quad k = 1.01 \text{ N/m}$$