

Nombre: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

### 1 Conceptos

Distingue y relaciona los siguientes conceptos:

Una expresión algebraica es \_\_\_\_\_

Una igualdad algebraica es \_\_\_\_\_

Una identidad algebraica es \_\_\_\_\_

Una ecuación es \_\_\_\_\_

### 2 Polinomios

Un polinomio de grado  $n$  es una expresión del tipo \_\_\_\_\_

El valor numérico de un polinomio de grado  $n$  para  $x = a$  es  $P(a) =$  \_\_\_\_\_

El teorema del resto afirma: \_\_\_\_\_

Las raíces de un polinomio son \_\_\_\_\_

Las raíces enteras de un polinomio serán \_\_\_\_\_

### 3 Ecuaciones, inecuaciones y sistemas

La solución de una ecuación completa de segundo grado  $ax^2 + bx + c = 0$  se halla utilizando la fórmula:

$x =$  \_\_\_\_\_

Los sistemas de ecuaciones pueden ser:

\_\_\_\_\_ si tienen \_\_\_\_\_ solución/es

\_\_\_\_\_ si tienen \_\_\_\_\_ solución/es

\_\_\_\_\_ tienen \_\_\_\_\_ solución/es

La solución de una inecuación con una incógnita es: \_\_\_\_\_

La solución de una inecuación lineal con dos incógnitas es: \_\_\_\_\_

Nombre: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

- 4** Dados los polinomios  $p(x) = 6x^3 + 32x^2 + 6x - 20$  y  $q(x) = 3x^3 - 2x^2 - 3x + 2$ , calcula:

a)  $\frac{p(x)}{6} - q(x)$       b)  $\frac{p(x)}{q(x)}$

- 5** Calcula:

a)  $(x^5 + 2x^4 - 3x^3 + x^2) \cdot (2x + 1)$

b)  $(x^2 + x + 1)^2$

c)  $[(x^2 - 9) - (x - 3)^2]^2$

d)  $\frac{16 - x^4}{x^2 - 4}$

- 6** Calcula el valor de  $m$  si es 5 el resto de dividir:  $(3mx^3 + x^2 - 2mx + 1)$  entre  $(x + 1)$ .

- 7** Calcula  $a$  para que  $p(x) = x^5 - 2ax^3 - 3x + 1$  sea divisible por  $\left(x - \frac{1}{2}\right)$ .

- 8** Calcula  $a$  y  $b$  para que  $p(x) = 2x^3 + ax^2 - 10x + b$  sea divisible por  $(x - 2)$  y el resto de dividir  $p(x)$  entre  $\left(x + \frac{1}{2}\right)$  sea  $-\frac{25}{4}$ .

- 9** a) Descompón:  $6x^4 + 7x^2 + 1$

b) Factoriza:  $(7x + 1)(x^2 - 1) + (2x - 2)(x + 1)^2$

c) Factoriza:  $3(x^2 - 4) - (6x - 3)(2x + 1)(x - 2)$

- 10** a) Calcula:  $\frac{x}{1 - \frac{1}{x+1}} - \frac{2x - 1}{1 - \frac{x+1}{x}}$

- b) Descompón, simplifica y opera:

$$\frac{2x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 3x}{-2x^4 + 3x^3 - x^2} - \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1}$$

- 11** Efectúa y simplifica:

a)  $\left(\frac{x+1}{x-1} - 1\right) : \frac{1}{1 - \frac{x+1}{x}}$

b)  $\frac{x^2 - 9}{2x^2 + x - 1} \cdot \frac{-2x^2 + 3x - 1}{x^2 - 6x + 9}$

- 12** Resuelve:

a)  $2x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0$

b)  $x^4 - x^3 + 2x^2 - 2x = 0$

c)  $2x^3 + 3x^2 - 1 = 0$

d)  $3x^3 + 13x^2 - 11x - 5 = 0$

e)  $\sqrt{2}x^3 + 5\sqrt{2}x^2 - 6\sqrt{2}x = 0$

- 13** Resuelve:

a)  $x^4 - 1 = 0$

c)  $x^4 - 4x^2 - 5 = 0$

b)  $2x^4 - 7x^2 + 3 = 0$

d)  $x^4 - 4x^2 + 4 = 0$

- 14** Resuelve:

a)  $x^2 - \frac{x+1}{x^2-3} = 1$

b)  $\frac{2}{x^2-x} + \frac{x}{x-1} = 1$

c)  $\frac{1}{x-3} + 2 - \frac{10}{x} = \frac{10}{x(x-1)}$

- 15** Resuelve:

a)  $\sqrt{3x-2} - 1 = 1$

b)  $2\sqrt{x+1} - \sqrt{2x-2} = 2$

c)  $2\sqrt{x} - \sqrt{x+1} = 1$

- 16** Resuelve las siguientes inecuaciones:

a)  $\frac{x+1}{3-x} \geq 0$

c)  $\frac{x^2+x}{2x-1} > 0$

b)  $2x^2 - 3x - 2 < 0$

- 17** Resuelve los siguientes sistemas:

a)  $\begin{cases} 2x + 3y = -4 \\ x - \frac{3}{2}y = 4 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} x + 5y = 2 \\ 7 - 2x = 10y \end{cases}$

c)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ 3x + y = -1 \end{cases}$

d)  $\begin{cases} \frac{x-1}{3} + y = -\frac{1}{6} \\ 3(x+2) + 8y = 11 \end{cases}$

e)  $\begin{cases} 6xy = 1 \\ \frac{3x}{2} + y = 1 \end{cases}$

f)  $\begin{cases} \sqrt{xy} = 2 \\ \frac{y}{4} - 12x = 1 \end{cases}$

- 18** Resuelve por el método de Gauss:

a)  $\begin{cases} 2x - 3y + z = 6 \\ x - y - z = -2 \\ -x + y + 2z = 5 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 2x + 2y - z = 8 \\ x - 4y + z = -5 \\ -x + 2y + 2z = -1 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} 3x + y - z = 4 \\ 3x + y + z = 1 \\ 3x + y + 2z = -2 \end{cases}$

- 1** Una expresión algebraica es una combinación de números e indeterminadas relacionadas mediante operaciones.

Una igualdad algebraica está constituida por dos expresiones algebraicas unidas por el signo (=).

Una identidad algebraica es una igualdad algebraica que se verifica para cualquier valor que se asigne a las letras que en ella aparecen, es decir, es una igualdad siempre verdadera.

Una ecuación algebraica es una igualdad algebraica que solo se verifica para determinados valores de sus indeterminadas que se denominan incógnitas.

- 2** Un polinomio de grado  $n$  es una expresión del tipo

$$P(x) = p_0 + p_1x + p_2x^2 + p_3x^3 + \dots + p_nx^n$$

El valor numérico que toma un polinomio de grado  $n$  para  $x = a$  es  $p(a)$

$$P(a) = p_0 + p_1a + p_2a^2 + p_3a^3 + \dots + p_na^n$$

El teorema del resto afirma: el resto de la división de un polinomio cualquiera  $p(x)$  por el binomio  $(x - a)$  es igual al valor numérico del polinomio para  $x = a$ , es decir,  $p(a)$ .

Las raíces de un polinomio son los valores de  $x$  que hacen que el valor numérico de dicho polinomio sea igual a cero. Un número real,  $a$ , es raíz de  $p(x)$ , si  $p(a) = 0$ .

Las raíces enteras de un polinomio son los divisores de su término independiente.

- 3** La solución de una ecuación completa de segundo grado  $ax^2 + bx + c = 0$  se halla utilizando la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Los sistemas de ecuaciones pueden ser:

**Compatible determinado** si tienen una única solución.

**Compatible indeterminado** si tienen múltiples soluciones.

**Incompatible** que son aquellos que no tienen solución.

La solución de una inecuación con una incógnita es: la intersección, si existe, de los conjuntos de puntos solución de cada una de las inecuaciones por separado.

La solución de una inecuación lineal con dos incógnitas es: el conjunto de puntos pertenecientes a la región intersección de los semiplanos solución de cada una de las inecuaciones.

**4 a)**  $-2x^3 + \frac{22}{3}x^2 + 4x - \frac{16}{3}$   
**b)**  $c(x) = 2, r(x) = 36x^2 + 12x - 24$

**5 a)**  $2x^6 + 5x^5 - 4x^4 - x^3 + x^2$   
**b)**  $x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1$   
**c)**  $36(x-3)^2$   
**d)**  $-4 - x^2$

**6**  $m = -3$

**7**  $a = -\frac{15}{8}$

**8**  $a = 4, b = -12$

**9 a)** No tiene raíces reales.

**b)**  $9(x+1)(x-1)\left(x + \frac{1}{3}\right)$

**c)**  $-12(x-2)(x-1)\left(x + \frac{3}{4}\right)$

**10 a)**  $2x^2 + 1$

**b)**  $\frac{-2(x-3)\left(x + \frac{1}{2}\right)}{x(x-1)} = \frac{-2x^2 + 5x + 3}{x^2 - x}$

**11 a)**  $\frac{-2}{x(x-1)}$  **b)**  $\frac{-(x+3)(x-1)}{(x+1)(x-3)}$

**12 a)**  $x = -1, x = -\frac{1}{2}$

**b)**  $x = 0, x = 1$

**c)**  $x = -1, x = \frac{1}{2}$

**d)**  $x = -\frac{1}{3}, x = -5, x = 1$

**e)**  $x = -6, x = 1, x = 0$

**13 a)**  $x = \pm 1$

**b)**  $x = \pm \sqrt{1/2}, x = \pm \sqrt{3}$

**c)**  $x = \pm \sqrt{5}$

**d)**  $x = \pm \sqrt{2}$

**14 a)**  $x = 2, x = -1, x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$

**b)**  $x = -2$

**c)**  $x = 5, x = \frac{7}{2}$

Atención:  $x = 0$  no es una solución válida.

**15 a)**  $x = 2$

**b)**  $x = 3$

**c)**  $x = \frac{16}{9}$

**16 a)**  $[-1, 3)$

**b)**  $(-1/2, 2)$

**c)**  $(-1, 0) \cup (1/2, +\infty)$

**17 a)**  $x = 1, y = -2$

**b)** No tiene solución.

**c)**  $x = -1, y = 2$  o  $x = \frac{2}{5}, y = \frac{-11}{5}$

**d)**  $x = 11, y = \frac{-7}{2}$

**e)**  $x = \frac{1}{3}, y = \frac{1}{2}$

**f)**  $x = \frac{1}{4}, y = 16$  o  $x = -\frac{1}{3}, y = -12$

**18 a)**  $x = 0, y = -1, z = 3$

**b)**  $x = 2, y = \frac{3}{2}, z = -1$

**c)** No tiene solución.