

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

1 Escribe las expresiones para las razones trigonométricas de la suma de ángulos:

$$\operatorname{sen}(\alpha + \beta) =$$

$$\cos(\alpha + \beta) =$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) =$$

2 Escribe las expresiones para las razones trigonométricas del ángulo doble de un ángulo α

$$\operatorname{sen} 2\alpha =$$

$$\cos 2\alpha =$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha =$$

3 Deduce a partir de estas las expresiones para las razones trigonométricas del ángulo mitad de un ángulo α

$$\operatorname{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right) =$$

$$\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) =$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) =$$

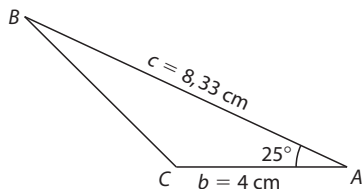
4 Si un ángulo α pertenece al tercer cuadrante, ¿cuál será el signo de las razones trigonométricas de su ángulo mitad? ¿Y si pertenece al segundo? ¿Y si pertenece al cuarto?

5 Enuncia el teorema del seno

6 Enuncia el teorema del coseno

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

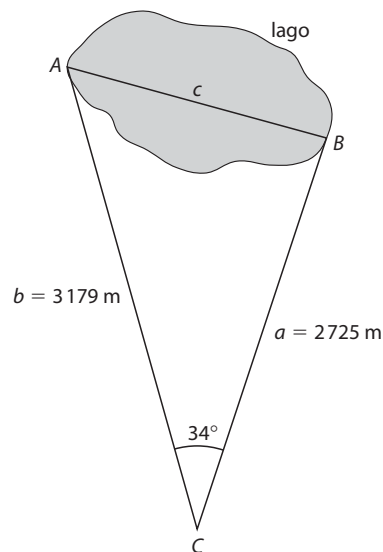
- 7** En el momento de marcar Brasil el último gol a Alemania, en la final de la Copa del Mundo de Corea-Japón, Ronaldo estaba situado a 15 m del poste izquierdo y a 14 m del derecho y veía la portería bajo un ángulo de 30° . Calcula la distancia del jugador a la línea de gol.
- 8** Calcula el perímetro de un pentágono regular inscrito en una circunferencia de 7,5 cm de radio.
- 9** Calcula los ángulos de un rombo sabiendo que sus diagonales miden 20 cm y 40 cm.
- 10** Si el ángulo central de una circunferencia es de $33^\circ 48'$ y su radio de 5 m, calcula la longitud de la cuerda y del arco de circunferencia que determina.
- 11** Dos coches salen del mismo punto en el mismo instante por dos carreteras que forman 45° . Si la velocidad de los coches es de 80 km/h, calcula qué distancia los separa al cabo de una hora y media.
- 12** Desde dos puntos A y B separados 500 metros se dirigen dos visuales a un avión. El observador situado en A ve el avión bajo un ángulo de 47° y el observador situado en B bajo un ángulo de 50° . ¿A qué altura vuela el avión? (A, B y el avión están en el mismo plano vertical).
- 13** En la figura siguiente, ¿cuánto vale BC?



- 14** Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{1 + \sec 2\alpha}{\operatorname{tg} 2\alpha} - \frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta}{\operatorname{sen}(\alpha - \beta)}$$

- 15** La resultante de dos fuerzas de 56 N y 23 N es 65 N.
- a) ¿Qué ángulo forman las fuerzas?
- b) ¿Qué ángulo crees que deberían formar para tener una resultante de 79 N?
- 16** Para calcular la anchura, AB, de un lago, se dirigen sendas visuales desde el punto C a A y a B. Sabiendo que las visuales forman un ángulo de 34° y observando los datos del dibujo, calcula la anchura del lago.



- 1** Escribe las expresiones para las razones trigonométricas de la suma de ángulos.

$$\operatorname{sen}(\alpha + \beta) = \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

- 2** Escribe las expresiones para las razones trigonométricas del ángulo doble de un ángulo α .

$$\operatorname{sen} 2\alpha = 2 \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \operatorname{sen}^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

- 3** Deducir a partir de estas, las expresiones para las razones trigonométricas del ángulo mitad de un ángulo α .

$$\operatorname{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$

$$\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$$

- 4** Si un ángulo α pertenece al tercer cuadrante, ¿cuál será el signo de las razones trigonométricas de su ángulo mitad? ¿Y si pertenece al segundo? ¿Y si pertenece al cuarto? Si α pertenece al tercer cuadrante, $\alpha/2$ pertenece al segundo, por lo que el seno será positivo y el coseno y la tangente negativos. De manera análoga si α pertenece al segundo cuadrante, $\alpha/2$ pertenece al primero, por tanto, todas las razones son positivas. Si el ángulo α es del cuarto cuadrante, las razones trigonométricas de $\alpha/2$ serán negativas el seno y la tangente y positivo el coseno.

- 5** Enuncia el teorema del seno: en un triángulo cualquiera, las longitudes de los lados son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos:

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C}$$

- 6** Enuncia el teorema del coseno: en un triángulo cualquiera, un lado elevado al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos menos el doble de su producto por el coseno del ángulo que forman.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

- 7** $d = 13,9$ m

- 8** $P = 44,1$ cm

- 9** $\alpha = 126,87^\circ$ y $\beta = 53,13^\circ$

- 10** $l_{\text{cuerda}} = 2,91$ m, $l_{\text{arco}} = 2,95$ m

- 11** $d = 91,84$ km

- 12** El problema puede resolverse suponiendo que el avión está situado entre los dos observadores o fuera de la línea de unión de ambos.

$$\text{caso a: } h = 282,23 \text{ m}$$

$$\text{caso b: } h = 5\,352,43 \text{ m}$$

- 13** $BC = 5$ cm

- 14** $\operatorname{tg} \beta$

- 15** a) $77,44^\circ$, aproximadamente

$$\text{b) } 0^\circ$$

- 16** $AB = 1\,779,93$ m